654079, Россия, Кемеровская обл..,
г. Новокузнецк, проезд Коммунаров,5
тел./факс: 20-08-81, 20-08-82
e-mail:licey-11@mail.ru
www.lizey11.ucoz.ru

ИНН4217023667
КПП 421701001
ОКАТО 32431000000
ОГРН 1034217005877

муниципальное бюджетное
нетиповое общеобразовательное учреждение
«Лицей №11»

ПРИНЯТО
педагогическим советом
МБ НОУ «Лицей №11»
Протокол №1 30.08.2019г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор МБ НОУ «Лицей №11»
В.Н. Пересыпкин
Приказ № 230 30.08.2019г.

**Дополнительная
общеразвивающая программа**

«МАТЕМАТИКА ВОКРУГ НАС»
9 КЛАСС

направленность: естественно-научная

Новокузнецк 2019г.

Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа « Математика вокруг нас» разработана для обучающихся 9 классов. Программа рассчитана на 70 часов (2 часа в неделю).

Календарный учебный график

Период освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы составляет – 35 недель (70 часов).

Форма проведения занятий - очная, групповая.

Начало учебных занятий – 02 сентября 2019 г.

Окончание учебных занятий – 25 мая 2020 г.

Каникулы: Осенние 28.10.2019 г. – 04.11.2019 г.

Зимние 28.12.2019 г. – 12.01.2020 г.

Продолжительность занятий - 45 минут

Учебный план дополнительной общеразвивающей программы

Наименование программы	Количество часов в неделю/ в год
Математика вокруг нас	2/70
Всего	2/70

Итоговый контроль проводится в виде тестирования (18.05.2020 г - 22.05.2020г).

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа имеет **естественно-научную направленность**.

Программа «Математика вокруг нас» предназначена для детей, склонных к занятиям математикой, а также тех, кто желает повысить уровень своих математических способностей. Данная программа направлена на предоставление возможности попробовать себя и оценить свои силы с точки зрения перспективы дальнейшего изучения математики не только в старшей школе, но и в высших учебных заведениях. Однообразность какой-либо работы снижает интерес к ней. Поэтому сегодня становится необходимым обучить учащихся современным технологиям. Содержание программы составляют разнообразные задачи, имеющие жизненно-практическую ценность, что положительно скажется на понимании учащимися прикладного характера знаний по математике, поскольку математика проникла практически во все сферы человеческой жизни. Современное производство, компьютеризация общества, внедрение современных информационных технологий требуют математической грамотности. Это предполагает определённый стиль мышления, вырабатываемый математикой. Математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений.

Новизна данной программы в том, что в школьном курсе не рассматриваются данные темы, содержание которых способствует интеллектуальному, творческому развитию школьников, расширению кругозора и позволит увидеть необычные стороны математики и ее приложений. Программа знакомит с «дискретной» математикой, т.е. областью математики, которая занимается изучением дискретных структур к числу которых могут быть отнесены: теория множеств; теория графов; комбинаторика. Педагогическая целесообразность данной программы состоит в том, что учащиеся смогут освоить ряд предметных умений (составлять план прочитанного, тезисы, конспекты, таблицы, планировать свою деятельность, контролировать выполненные действия) и общеучебных умений (вести диалог с учителем, с одноклассниками, защита своих взглядов, устанавливать контакты с целью выполнения заданий за пределами школы). Безусловно, полезным окажется и опыт исследовательской деятельности.

Цель программы:

- создание условий для формирования у учащихся творческого мышления, интереса к предмету,
- представления о математике как части общечеловеческой культуры.

Задачи:

- обучение методам и приёмам решения нестандартных задач, требующих применения высокой логической культуры и развивающих научно- теоретическое и алгоритмическое мышление;
- обучение школьников применению полученных знаний при решении различных прикладных задач.
- развитие самостоятельного и творческого мышления учащихся, активизация мыслительной деятельности в условиях ограниченного времени;
- расширение кругозора учащихся через работу с дополнительным материалом, дополнительной литературой и самообразование.
- формирование навыков и интереса к научной и исследовательской деятельности;
- воспитание эстетического восприятия учащимися красоты математических преобразований.

При изучении данного курса предполагается использование различных форм и методов работы, что позволит избежать перегрузки учащихся, а именно:

1. мини-лекции;
2. беседы;

3. работа с компьютером;
4. защита проектов;
5. работа в парах;
6. работа в группах;
7. обучающий тренажер;
8. практикум по решению задач;
9. самообучение (работа с учебной литературой, задания по образцу);
10. круглый стол;
11. саморазвитие (подготовка сообщений на выбранную тему, работа с информационным и методическим материалом).

Итоговое занятие проводится в форме конференции, на которой будут представлены наиболее интересные и яркие проекты по любому из рассмотренных вопросов по выбору обучающихся, в том числе и электронные презентации, а также сборники интересных задач, созданные при участии детей.

Содержание программы

1. Системы счисления (4 ч)
Исторический очерк развития понятия числа.
Рациональные числа и измерения.
Непозиционные и позиционные системы счисления. Десятичная и двоичная системы счисления. Перевод чисел из одной системы в другую.
Десятичные дроби. Исторический очерк. Действия с десятичными дробями.
Обыкновенные дроби. Исторический очерк. Действия с обыкновенными дробями.

2. Множество (4ч)
Числовое множество, пустое множество, «круги Эйлера», операции над множествами.

3. Геометрия архитектурной гармонии (8 часов)
Основные законы гармонии, универсальность математических закономерностей. Пирамиды Египта, геометрические отношения и прпорции, которые скрыты в памятниках древней архитектуры.
Определение и свойства правильных многоугольников, сформулировать теорему о биссектрисе внутреннего угла треугольника. Подготовить доклады о решении градостроительных проблем в Древнем Риме и Греции, что свойства геометрических фигур зодчие использовали в своих архитектурных проектах.
Наглядный пример памятник древней архитектуры – римский Колизей, внешняя стена которого построена в виде четырех ярусов арок.
Самостоятельно решить задачу по определению соотношения радиусов двух разных окружностей, вписанных в полуциркульную арку. Получить ответ в виде иррационального числа и сделать вывод.
Геометрические преобразования, которые были положены в основу архитектурных проектов при построении крестно – купольных храмов.

4. Текстовые задачи окружающей нашей жизни (10 ч)
Основные типы текстовых задач. Алгоритм моделирования практических ситуаций и исследования построенных моделей с использованием аппарата алгебры.
Арифметические текстовые задачи.
Задачи с геометрическими фигурами.
Логические задачи. Занимательные задачи.
Нестандартные методы решения задач (графические методы, перебор вариантов).

5. Деление многочленов на многочлен (4 ч)
Историческая справка. Объяснение алгоритма. Теорема Безу. Схема Горнера.

6. Алгоритм Евклида. (4ч)
НОД. НОК. Алгоритм их нахождения. Основная формула их объединяющая. Алгоритм Евклида. Применение алгоритма для сокращения дробей.

7. Четность. Делимость. Остатки. (4 ч)
Четность суммы, произведения, делимость суммы, делимость произведения, признаки делимости, признак Паскаля, свойства остатков.

8. Индукция (4 ч)
Метод математической индукции. Решение задач .

9. Элементы статистики (6 ч)
Основная задача и основной метод статистики. Ряд наблюдений. Графическое представление результатов наблюдений. Выборочный метод в статистике. Статистика и вероятностные модели.

10. Матрицы и определители (6 ч)
Определение матрицы, действия с матрицами, свойства матриц, определитель матрицы, формулы Крамера.

11. Построение графиков с помощью изменения масштаба и параллельного переноса

(4 ч)

Построение графиков элементарных функции. Преобразование. Смещение. Параллельный перенос.

12. Веселая математика (4 ч)

Игровые задания, математические викторины,
фольклорная математика. Конференция.

Тематическое планирование

№	темы	Кол-во часов
1.	Системы исчисления. • Непозиционные и позиционные системы счисления. • Десятичная и двоичная системы счисления	4
2.	Множества. • Пустое множество • Круги Эйлера	4
3.	Геометрия архитектурной гармонии • Золотая пропорция • Прочность, польза, красота-формула архитектурного целого • Арки, купола, фасады и иррациональность • Геометрия горящей свечи • Геометрия храма	16
4.	Текстовые задачи окружающей нас жизни • Задачи на совместную работу • Задачи на проценты • Логические задачи • Занимательные задачи • Нестандартные методы решения задач	10
5.	Деление многочленов. • Теорема Безу • Схема Горнера	4
6.	Алгоритм Евклида.	4
7.	Четность, делимость, остатки.	4
8.	Индукция.	4
9.	Элементы статистики. • Ряд наблюдений • Выборочный метод • Статистика и вероятностные модели	6
10.	Матрицы и определители. • Матрицы • Действия с матрицами • Формула Крамера	6
11.	Построение графиков с помощью изменения масштаба и параллельного переноса.	4
12.	Веселая математика. • Математические викторины • Задачи в стихах	4

Всего: 70 часов

Литература

1. Смыкалова Е.В. «Математика. Дополнительные главы» - СПб: СМИО Пресс, 2001;
2. Гжегорчик А. «Популярная логика» - М.: Наука, 1979;
3. Бунимович Е.А. «Вероятность и статистика. 5-9 кл» - М.: Дрофа, 2002;
4. Шнейдер В.Е. и др. «Краткий курс высшей математики» - М.: Высшая школа, 1972;
5. Мостеллер Ф. «Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями» - М.: Наука , 1985;
6. Фальке Л.Я. «Час занимательной математики»- М., Илекса: Народное образование: Сервисшкола, 2003.
7. Агеев И.Д. «Занимательные материалы по информатике и математике» - М.: ТЦ Сфера, 2005;
8. Перельман Я.И. «Живая математика» - М.: Просвещение, 1967;
9. Савин А.П. «Математические миниатюры»- М.: Детская литература, 1998;
10. Савин А.П. «Энциклопедический словарь юного математика» - М.: Педогогика, 1989;
11. Шарыгин И.Ф. «Задачи на смекалку»- М.: Просвещение, 2003;
12. Юшкевич А.П. «История математики в 3-х томах» - М.: Наука, 1972.

Приложение

Круги Эйлера

Леонард Эйлер – величайший из математиков,написал более 850 научных работ. В одной из них и появились эти круги.
Учёный писал, что *«они очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».*
Круги Эйлера – это геометрическая схема, которая помогает находить и/или делать более наглядными логические связи между явлениями и понятиями. А также помогает изобразить отношения между каким-либо множеством и его частью.

Задача 1

Из 90 туристов, отправляющихся в путешествие, немецким языком владеют 30 человек, английским – 28 чел, французским – 42 чел. Английским и немецким одновременно владеют 8 человек, английским и французским -10 чел, немецким и французским – 5 чел, всеми тремя языками – 3 чел. Сколько туристов не владеют ни одним языком?

Решение:

Покажем условие задачи графически – с помощью трёх кругов

Ответ: *10 человек.*

Задача 2

Многие ребята нашего класса любят футбол, баскетбол и волейбол. А некоторые - даже два или три из этих видов спорта. Известно, что 6 человек из класса играют только в волейбол, 2 – только в футбол, 5 – только в баскетбол. Только в волейбол и футбол умеют играть 3 человека, в футбол и баскетбол – 4, в волейбол и баскетбол – 2. Один человек из класса умеет играть во все игры, 7 не умеют играть ни в одну игру. Требуется найти:
Сколько всего человек в классе?
Сколько человек умеют играть в футбол?
Сколько человек умеют играть в волейбол?

Задача 3

В детском лагере отдыхало 70 ребят. Из них 20 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов, а 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько ребят заняты только спортом?

Задача 4

Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10 – в Италии, 6 – в Англии. В Англии и Италии – пятеро, в Англии и Франции – 6, во всех трёх странах – 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работает 19 человек, и каждый их них побывал хотя бы в одной из названных стран?

Задача 5

Шестиклассники заполняли анкету с вопросами об их любимых мультфильмах. Оказалось, что большинству из них нравятся «Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны» и «Волк и теленок». В классе 38 учеников. «Белоснежка и семь гномов» нравится 21 ученику. Причем трем среди них нравятся еще и «Волк и теленок», шестерым - «Губка Боб Квадратные Штаны», а один ребенок одинаково любит все три мультфильма. У «Волка и теленка» 13 фанатов, пятеро из которых назвали в анкете два мультфильма. Надо определить, скольким же шестиклассникам нравится «Губка Боб Квадратные Штаны».

Задачи для решения учащимися

1. В классе 35 учеников. Все они являются читателями школьной и районной библиотек. Из них 25 берут книги в школьной библиотеке, 20 — в районной. Сколько из них:
а) не являются читателями школьной библиотеки;
б) не являются читателями районной библиотеки;
в) являются читателями только школьной библиотеки;
г) являются читателями только районной библиотеки;
д) являются читателями обеих библиотек?

2.Каждый ученик в классе изучает английский или немецкий язык, или оба этих языка. Английский язык изучают 25 человек, немецкий — 27 человек, а тот и другой — 18 человек. Сколько всего учеников в классе?

3.На листе бумаги начертили круг площадью 78 см2 и квадрат площадью 55 см2. Площадь пересечения круга и квадрата равна 30 см2. Не занятая кругом и квадратом часть листа имеет площадь 150 см2. Найдите площадь листа.

4. В группе туристов 25 человек. Среди них 20 человек моложе 30 лет и 15 человек старше 20 лет. Может ли так быть? Если может, то в каком случае?

5. В детском саду 52 ребенка. Каждый из них любит пирожное или мороженое, или то и другое. Половина детей любит пирожное, а 20 человек - пирожное и мороженое. Сколько детей любит мороженое?
6. В классе 36 человек. Ученики этого класса посещают математический, физический и химический кружки, причем математический кружок посещают 18 человек, физический — 14, химический — 10. Кроме того, известно, что 2 человека посещают все три кружка, 8 человек —.и математический, и физический, 5 — и математический, и химический, 3 — и физический, и химический кружки. Сколько учеников класса не посещают никакие кружки?
7. После каникул классный руководитель спросил, кто из ребят ходил в театр, кино или цирк. Оказалось, что из 36 учеников двое не были ни в кино, ни в театре, ни в цирке. В кино побывали 25 человек; в театре — 11; в цирке — 17; и в кино, и в театре — 6; и в кино, и в цирке — 10; и в театре, и в цирке — 4. Сколько человек побывали в театре, кино и цирке одновременно?

Задачи на совместную работу

Рассмотрим задачи, в которых речь идёт о совместном выполнении некоторой работы. При этом всё равно, какую работу выполняют и чем эту работу измеряют – числом деталей, количеством вспаханных гектаров и т. п. Если, например, некоторая работа выполняется за 10 часов, то за 1 ч, очевидно, выполняется $\frac{1}{10}$ всей работы, а вся работа составляет десять таких частей $\frac{10}{10} = 1$. Поэтому обычно в таких задачах всю работу принято считать равной единице, объём выполненной работы выражают как часть этой единицы.

Задача 1. Первая бригада может выполнить задание за 36 ч, а вторая бригада может выполнить то же задание за 18 ч. За сколько часов это задание выполнят две бригады при совместной работе?

Решение: примем всю работу за единицу, тогда за 1 ч первая бригада выполняет $1 : 36 = \frac{1}{36}$, а вторая $1 : 18 = \frac{1}{18}$ всей работы. При совместной работе за 1 ч две бригады выполняют $\frac{1}{36} + \frac{1}{18}^{\backslash 2} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ всей работы, поэтому всю работу они выполнят за $1 : \frac{1}{12} = 12$ ч

Ответ: при совместной работе бригады выполнят задание за 12 часов.

Под совместной работой можно понимать и одновременную работу двух труб при наполнении бассейна, и прохождение некоторого пути при движении навстречу друг другу и т. п. Метод решения остаётся тем же.

Задача 2. Расстояние между двумя сёлами пешеход проходит за 60 мин, а велосипедист проезжает за 20 мин. Через сколько минут они встретятся, если отправятся одновременно навстречу друг другу из этих сёл?

Решение: примем расстояние между сёлами за единицу.

1) $1 : 60 = \frac{1}{60}$ (расстояния) – проходит пешеход за 1 мин.

2) $1 : 20 = \frac{1}{20}$ (расстояния) – проезжает велосипедист за 1 мин.

3) $\frac{1}{60} + \frac{1}{20}^{\backslash 3} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ (расстояния) – такую часть расстояния они проходят за 1 мин при движении навстречу друг другу

4) $1 : \frac{1}{15} = 15$ (мин) – время движения до встречи

Ответ: они встретятся через 15 минут.

Задача 3. Два печника сложили печь за 16 ч. Известно, что первый из них, работая один, сложил бы печь за 24 ч. За сколько часов второй печник, работая один, сложил бы ту же печь?

Решение: примем объём всей работы за 1.

1) $1 : 16 = \frac{1}{16}$ (работы) – выполняют два печника за 1 час, работая вместе

2) $1 : 24 = \frac{1}{24}$ (работы) – выполняет первый печник за 1 час, работая один

3) $\frac{1}{16}^{\backslash 3} - \frac{1}{24}^{\backslash 2} = \frac{3-2}{48} = \frac{1}{48}$ (работы) – выполняет второй печник за 1 час, работая один

4) $1 : \frac{1}{48} = 48$ (часов) – за столько времени сложил бы печь второй печник

Ответ: второй печник, работая один, сложил бы печь за 48 часов.

Задача 4. Из пунктов *A* и *B* одновременно вышли два пешехода. Они встретились через 40 минут после своего выхода, а через 32 мин после встречи первый пришёл в *B*. Через сколько минут после своего выхода из *B* второй пришёл в *A*?

Решение: примем расстояние между пунктами *A* и *B* за единицу.

1) $1 : 40 = \frac{1}{40}$ (расстояния) – такую часть расстояния проходят два пешехода за 1 мин при движении навстречу друг другу

2) 40 + 32 = 72 (мин) – время первого пешехода за весь путь

3) $1 : 72 = \frac{1}{72}$ (расстояния) – проходит первый пешеход за 1 мин

4) $\frac{1}{40}^{\backslash 9} - \frac{1}{72}^{\backslash 5} = \frac{9-5}{360} = \frac{4}{360} = \frac{1}{90}$ (расстояния) – проходит второй пешеход за 1 мин

5) $1 : \frac{1}{90} = 90$ (мин) – время второго пешехода за весь путь

Ответ: через 90 минут после своего выхода из *B* второй пешеход пришёл в *A*.

Задачи на проценты в нашей жизни

1). Задачи на проценты в торговле.

Задача № 1. Цена 1 кг яблок в магазине «Подсолнух» первоначально составляла 56 рублей. С декабря месяца цена сначала поднялась на 15%, а потом понизилась на 6%, затем снова поднялась на 10%. Какова конечная цена 1 кг яблок?

Решение:

I действие: 56 руб. - 100%

x - 15%

x= (56·15):100 = 8,4 (руб.)

56 + 8,4 = 64,4 (руб.) – цена 1 кг яблок после повышения цены.

II действие: 64,4 – 100%

x - 6%

x= (64,4·6):100 ≈ 3,86 (руб.)

64,4 – 3,86 = 60,54 (руб.) - цена 1 кг яблок после понижения цены.

III действие: 60,54 – 100%

x - 10%

x = (60,54·10):100 ≈ 6,05 (руб.)

60,54+6,05 = 66,59 (руб.) - цена 1 кг яблок после повышения цены.

Ответ: цена 1 кг яблок стала 66,59 рубля.

Задача № 2. Зонт стоил 360 рублей. В ноябре цена зонта была снижена на 15%, а в декабре еще на 10%. Какой стала стоимость зонта в декабре?

Решение:

1) Стоимость зонта в ноябре составляла 85 % от 360 руб., т. е. $360 \cdot 0,85 = 306$(руб.).
2) Второе снижение цены происходило по отношению к новой цене зонта; теперь следует искать 90 % от 306 руб., т. е.
$306 \cdot 0,9 = 275,4$ (руб.)

Ответ: 275 рублей 40 копеек.

Задача № 3. Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?
Решение: Находим 10% от 40
$10:100 \cdot 40 = 0,1 \cdot 40 = 4$ руб.
$40+4 = 44$ (руб.)
Новая цена ручки составит 44 рубля. $900 : 44 \approx 20,45$, т.е. 20 ручек.

Ответ: на 900 рублей можно купить 20 ручек.

Задача № 4. Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?
Решение: Запомним важное правило: за 100% принимается та величина, с которой мы сравниваем.
Цена была повышена на 16% по сравнению с чем? — с прежней ценой. Значит, прежняя цена — это 100%, новая цена — 100%+16% = 116%. Составляем пропорцию:
100% - x руб.
116% - 3480 руб.
Составляем и решаем уравнение $100 \cdot 3480 = 116 \cdot x$

$$x = 100 \cdot 3480:116$$
$$x = 3000.$$

Ответ: 3000 рублей стоил чайник до повышения цены.

Задача № 5. При покупке ребенку новых лыж с ботинками родителям пришлось заплатить на 35 % больше, чем два года назад, причем лыжи подорожали с тех пор на 20 %, а ботинки — на 70 %. Сколько процентов от стоимости лыж с ботинками составляла

	Стоимость лыж (руб.)	Стоимость ботинок (руб.)	Стоимость лыж и ботинок вместе (руб.)
Два года назад	x	y	$x + y$
Сейчас	$x + 0,2x = 1,2x$	$y + 0,7y = 1,7y$	$(x + y) + 0,35(x + y)$

два года назад стоимость лыж?

Уравнение:
$1,2x + 1,7y = (x + y) + 0,35(x + y)$
$1,2x + 1,7y = x + y + 0,35x + 0,35y$
$1,2x + 1,7y = 1,35x + 1,35y$
$1,7y – 1,35y = 1,35x – 1,2x$
$0,35y = 0,15x$
$x = 0,35y : 0,15$
$x = y$
$x = y$
$x = y$

$\cdot\ 100\% = y : (y + y) \cdot 100\% = y : y \cdot 100\% =$
$= \cdot\ 100\% = 70\%$

Ответ: 70% от стоимости лыж с ботинками составляла два года назад стоимость лыж.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Футболка стоила 1200 рублей. После снижения цены она стала стоить 972 рубля. На сколько процентов была снижена цена на футболку?
2. Цена на электрический чайник была повышена на 17% и составила 2340 рублей. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?
3. Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 450 рублей после понижения цены на 10%?
4. Флакон шампуня стоит 150 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 700 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?
5. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 140 рублей за штуку и продает с наценкой 25%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1300 рублей?
6. Цену на пальто снизили на 30%, затем новую цену повысили на 30%. Как изменилась цена на пальто?
7. Вася прочитал в газете, что за последние 3 месяца цены на продукты питания росли в среднем на 10% за каждый месяц. На сколько процентов выросли цены за 3 месяца?
8. Антикварный магазин приобрел старинный кинжал за 30 тысяч рублей. И выставил его на продажу, повысив цену на 60%. Но этот кинжал был продан лишь через неделю, когда магазин снизил его новую цену на 20%. Какую прибыль получил магазин при продаже старинного кинжала?
9. На весенней распродаже в одном магазине шарф стоимостью 350 рублей уценили на 40%, а через неделю еще на 5%. В другом магазине шарф такой же стоимости уценили сразу на 45%. В каком магазине выгоднее купить этот шарф?
10. Во время распродажи масляные краски для рисования стоимостью 213 рублей за коробку продавали на 19% дешевле. Сколько примерно денег сэкономит художественная студия, если она купит партию в 150 коробок?

Чётность, делимость, остатки

В сегодняшнем задании большинство задач (но не все) используют понятия делимости, деления с остатком, чётности. Напомним вкратце основные определения.

Говорят, что целое число *a делится* на целое число b, не равное нулю, если существует такое целое число c, что $a = b \cdot c$. В этом случае число a называется *кратным* числа b, а число b — *делителем* числа a. Число 0 делится на любое число, любое же целое число, кроме нуля, имеет лишь конечное количество делителей.

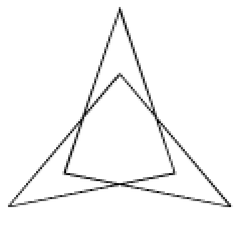
Пусть даны целое число a и натуральное число b. Разделить число a на b с остатком — значит найти такие целые числа q и r, что $0 \le r < b$ и $a = bq + r$. Такая пара чисел всегда существует и единственна. Число q называют частным, а r — остатком от деления a на b. Остаток от деления числа a на b равен нулю тогда и только тогда, когда a делится на b.

Числа, дающие при делении на 2 остаток 0, называют *чётными*, а остаток 1 — *нечётными*.

Остаток от деления числа на 10 равен последней цифре десятичной записи этого числа.

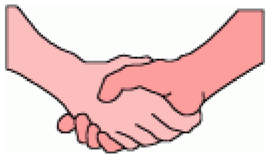
Упражнение. Разделите число –1 на 1999 с остатком (то есть найдите частное и остаток).

Решение задачи 5 занятия 3. а) Ответ: да. На рисунке изображена замкнутая ломаная, удовлетворяющая условиям. (Незамкнутую ломаную нарисуйте сами.)



б) Ответ: нет. Найдём, чему может равняться количество точек самопересечения такой ломаной. Так как каждая точка самопересечения принадлежит двум звеньям, то количество этих точек должно быть вдвое меньше количества звеньев. Но число 9 нечётное, поэтому искомое количество не может равняться никакому целому числу. Значит, такой ломаной не существует.

1. Докажите, что количество людей, живущих и когда либо живших на Земле, совершивших нечётное количество рукопожатий, чётно.



2. Поле для «пятнашек» представляет собой коробочку размером 4×4, в которой находятся 15 фишек (квадратиков 1×1), пронумерованных числами от 1 до 15; при этом одно поле остаётся пустым. В начале игры пустое поле находилось в правом нижнем углу. Я начал двигать фишки по полю. За один ход я передвигал на пустое поле одну из фишек, находившуюся на соседнем поле. В результате порядок расположения фишек изменился, но пустое поле вновь оказалось в правом нижнем углу. Докажите, что я сделал чётное число ходов.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

3. Решите в целых положительных числах уравнения а) x^2 - y^2 = 1998; б) x^2 - y^2 = 1999.
   Примечание. Решить уравнение — значит найти *все* значения неизвестных (в случае двух неизвестных — все пары), удовлетворяющие уравнению, и доказать, что других нет.

4. В Советском Союзе находились в обращении денежные купюры в 1, 3, 5, 10 и 25, 50 и 100 рублей. Леонид Ильич захотел разменять 25 рублей на купюры достоинством менее 10 рублей так, чтобы всего получилось 10 купюр. Удалось ли ему это сделать?

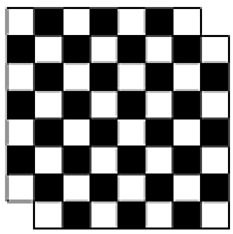
5. На доске выписаны числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Разрешается одновременно прибавлять единицу к любым двум числам. Можно ли за несколько таких операций добиться, чтобы все числа стали равными?

6. На какую цифру оканчивается число а) 1999^{1999}; б) 7^{777}?

7. Целое число возвели в квадрат и разделили на 8. Какой остаток мог получиться?

8. Найдите наименьшее целое положительное число, дающее при делении на 13 остаток 12, при делении на 12остаток 11, а при делении на 11 — остаток 10.

9. У Васи имеется шахматная доска, из которой вырезали угловые поля а1 и h8. Есть у Васи и 31 кость домино размера в две клетки шахматной доски каждая. Сможет ли Вася покрыть доминошками всю доску?



10. Докажите, что число $8^{101} + 8^{102} + ... + 8^{107}$ делится на 7

Итоговая работа

1. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10 – в Италии, 6 – в Англии. В Англии и Италии – пятеро, в Англии и Франции – 6, во всех трёх странах – 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме

работает 19 человек, и каждый их них побывал хотя бы в одной из названных стран?

2. Из пунктов A и B одновременно вышли два пешехода. Они встретились через 40 минут после своего выхода, а через 32 мин после встречи первый пришёл в B. Через сколько минут после своего выхода из B второй пришёл в A?
3. . При покупке ребенку новых лыж с ботинками родителям пришлось заплатить на 35 % больше, чем два года назад, причем лыжи подорожали с тех пор на 20 %, а ботинки — на 70 %. Сколько процентов от стоимости лыж с ботинками составляла два года назад стоимость лыж?
4. Антикварный магазин приобрел старинный кинжал за 30 тысяч рублей. И выставил его на продажу, повысив цену на 60%. Но этот кинжал был продан лишь через неделю, когда магазин снизил его новую цену на 20%. Какую прибыль получил магазин при продаже старинного кинжала?
5. В Советском Союзе находились в обращении денежные купюры в 1, 3, 5, 10 и 25, 50 и 100 рублей. Леонид Ильич захотел разменять 25 рублей на купюры достоинством менее 10 рублей так, чтобы всего получилось 10 купюр. Удалось ли ему это сделать?